第一章　命题与命题公式

考点一：命题与命题联结词

1、命题与命题的表示

具有唯一真值的陈述句称作命题，也称为语句。真值为真的命题为真命题；真值为假的命题为假命题。此外，疑问句、感叹句、祈使句都不能构成命题。

命题为真时，其真值用“T”或“1”表示，为假时，其真值用“F”或“0”表示。

2、复合命题与联结词

（1）否定

设 P 为命题，P 的否定是一个复合命题，记作¬P，读作“非 P”。符号¬称为否定联结词。若 P 为 T，¬P 为 F；若¬P为 T，则 P 为 F。

（2）合取

设 P、Q 为两个命题，P 和 Q 的合取是一个复合命题，记作 P∧Q。读作“P 且　Q”。当且仅当 P、Q 同时为 T 时，P∧Q 为 T，其余情况 P∧Q 为 F。注：复合命题 P∧Q 两个原子命题可互换位置，含义和值相同，表示合取^具有对称性。合取也可将两个互为否定的命题联结在一起。则 P^¬P值必是 F。

（3）析取

设 P、Q 为两个命题，P 和 Q 的析取是一个复合命题，记作 PvQ。读作“P 或 Q”。当且仅当 P、Q 同时为 F 时，PvQ 为 F，其余情况 PvQ 为 T。与合取命题类似，PvQ 两个原子命题可以互换位置，含义和值相同。

（4）条件

设 P、Q 为两个命题，P 和 Q 的合取是一个复合命题，记作 P→Q，读作“若 P 则 Q”，当且仅当 P 的真值为 T，Q 的真值为 F 时，P→Q 的真值为 F，其余情况真值为 T。P 称为前件或前提，Q 称为后件或结论。与合取析取不同，条件命题不可互换位置。

（5）双条件

设 P、Q 为两个命题，P 和 Q 的合取是一个复合命题，记作 P↔Q，读作“P 当且仅当 Q”。当 P 与 Q 的真值相同时，P↔Q 真值为 T，否则真值为 F。（P→Q）∧（Q→P）与 P↔Q 逻辑完全一样，互为充要条件。

将命题进行符号化，并指出真值。

考点二：命题公式的等值演算

1、命题公式

P 代表一个具体命题（值确定）时，P 称为命题常项，当 P 的值不确定时，称为“变”元。一般地，命题变元不是命题。

（1）单个命题变元和命题常项是合式公式，并称为原子命题公式。

（2）若 A 是合式公式，则¬A也是合式公式。

（3）若 A、B 都是合式公式，则（A∧B），（AvB），（A→B），（A↔B）是合式公式。

（4）有限次的应用（1）、（2）、（3）形成的符号串都是合式公式。

命题逻辑中规定，联结词的优先次序为：¬，∧，v，→，↔。

定义 1：设 Ai 是公式 A 的一部分，且 Ai 是一个合式公式，称 Ai 是 A 的子公式，或公式分量。

定义 2：设 A 为一命题公式，P1，P2……Pn 为 A 中所有命题变元，对 P1，P2……Pn 各指定一个真值称为对 A 的一种指派或赋值。若指定的一种指派使 A 为真，则称这组值为成真指派，若指定的一种指派使 A 为假，则为成假指派。

定义 3：给定两个命题公式 A 和 B，设 P1，P2……Pn 为所有出现 A 和 B 的原子变元，若给 P1，P2……Pn 真值指派，A 和 B 的真值相同，称 A 等价 B，记作 A⇔B。若至少存在一组真值指派不相同，称 A 和 B 不等价，记为 A⇎B。

定义 4：设 A 为一命题公式，若 A 在它的各种指派下取值均为真，则称重言式或永真式

定义 5：设 A 为一命题公式，若 A 在它的各种指派下取值均为假，则称矛盾式或永假式

定义 6：设 A 为一命题公式，若 A 在他的各种指派下至少存在一组成真指派，称 A 是可满足式，若可满足式 A 至少存在一个成假赋值，则称 A 为非重言式的可满足式。

根据命题公式的化简及命题的等值演算来构造真值表。

2、等值演算与蕴涵式

命题定律：双重否定律：A⇔¬¬A　幂等律 A⇔A∨A, A⇔A∧A

结合律（A∨B）∨C⇔A∨（B∨C）　（A∧B）∧C⇔A∧（B∧C）

交换律 A∨B⇔B∨A　A ∧ B⇔B∧A

分配率 A∨（B∧C）⇔（A∨B）∧（A∨C）　A∧（B∨C）⇔（A∧B）∨（A∧C）

吸收率 A∨（A∧B）⇔A　A∧（A∨B）⇔A

德摩根率 ¬（A∨B）⇔¬A∧¬B　¬（A∧B）⇔¬A∨¬B

同一律 A∨F⇔A，A∧ T⇔A

零律 A∨T⇔T，A∧ F⇔F

排中律 A∨¬A⇔T　否定律 A∧¬A⇔F

蕴涵等值式 A→B⇔¬A∨B

等价等值式 A ↔B⇔（A→B）∧（B→A）

假言易位 A→B⇔¬B → ¬A

等价否定等值式 A ↔B⇔¬A ↔ ¬B

归谬论 （A→B）∧（A→ ¬B）⇔¬A

定理 1：设&（A）是含子公式 A 的命题公式，使用子公式 B 置换&（A）中 A 的所有出现，得到命题&（B），若 B⇔A,则 &（A）⇔&（B）。

定理 2：设 A、B 为两个命题公式，A⇔ B,当且仅当 A ↔B 为一个重言式。

定理 3：设 A、B 为任意两个命题公式，A⇔ B 的充分必要条件是 A⇒B 且 B⇒A。

熟悉运用推理定律以及命题公式的化简。

考点三：联结词完备集

定义 1：设 S 是一个连接词集合，如果任何 n（n>=1）元真值函数都可以由仅含 S 中的联结词构成的公式，则称 S 是联结词完备集。

定义 2：设 P、Q 为两个命题，P 与 Q 的否定式是一个复合命题，称作 P 与 Q 的与非式，记作 $P \uparrow Q$，即作 $P \uparrow Q \Leftrightarrow \neg (P \wedge Q)$；P 或 Q 的否定式是一个复合命题，称作 P 与 Q 的或非式，记作 $P \downarrow Q$，即作 $P \downarrow Q \Leftrightarrow \neg (P \wedge Q)$。

第二章　命题逻辑的推理理论

考点一：范式

1、范式的概念

定义 1：命题变元及其否定统称文字。仅由有限个文字构成的析取式/合取式称作简单析取式/合取式。

定义 2：一个简单析取式是重言式/一个简单合取式是矛盾式，当且仅当它同时含某个命题变元及它的否定式。

定义 3：一个命题公式称为合取范式，当且仅当它具有：$A1 \wedge A2 \wedge \cdots\cdots \wedge An$（n>=1），其中 A1,A2……，An 都是简单析取式；一个命题公式称为析取范式，当且仅当它具有：$A1 \vee A2 \vee \cdots\cdots \vee An$（n>=1），其中 A1,A2……，An 都是简单析取式。

2、小项与大项

定义 4：n 个命题变元的简答合取式，称作布尔和取或极小项，其中每个命题变元与它的否定形势不能同时存在，当该命题变元必须出现且仅出现一次。

小项性质：（1）每个小项有一个成真赋值，有2^n-1 种成假赋值（2）任意两个不同的小项的合取式为矛盾式。（3）全体小项的析取式为重言式。（4）真值为 T。

定义 5：n 个命题变元的简单析取式，称作布尔析取或极大项，其中每个命题变元与它的否定形势不能同时存在，当该命题变元必须出现且仅出现一次。

大项性质：（1）每个大项有一个成假赋值，有2^n-1 种成真赋值（2）任意两个不同的大项的析取式为重言式。（3）全体大项的合取式为矛盾式。（4）真值为 F。

考点二：主范式

主范式包括主析取范式和主合取范式。

1、主析取范式

定义：对于给定的命题公式，如果有一个等价公式，它仅由小项的析取所组成，则该等价式称为原始的主析取式。

定理 1：在公式的真值表中，所有真值为 T 的指派所对应的小项的析取，即构成该公式的主析取范式。

定理 2：任何命题公式都存在与之等值得主析取范式，并且是唯一的。

2、主合取范式

定义：对于给定的命题公式，如果有一个等价公式，它仅由大项的合取所组成，则该等价式称为原始的主析取式。

定理 3：在公式的真值表中，所有真值为 F 的指派所对应的大项的合取，即构成该公式的主合取范式。

定理 4：任何命题公式都存在与之等值得主合取范式，并且是唯一的。

用真值表法和等值演算法来求出主析取范式/主合取范式。

考点三：自然推理系统

定义：设 H1，H2，……Hn 和 C 都是命题公式，对于 H1，H2，……Hn 和 C 的命题变元的任意一组赋值相同且为真时，则称 H1，H2，……Hn 推出结论 C 的推理是正确的，并称 C 是有效结论。

定义 2：设 H1，H2，……Hn 和 C 都是命题公式，当且仅当 $H1 \wedge H2 \wedge \cdots \wedge Hn \Rightarrow C$，称 C 是一组前提 H1，H2，……Hn 的有效结论，记作 $H1 \wedge H2 \wedge \cdots \wedge Hn \vdash C$。

定理：推理 $H1 \wedge H2 \wedge \cdots \wedge Hn \vdash C$ 是有效推理的充分必要条件是 H1，H2，……$Hn \rightarrow C$ 为重言式。

判别有效结论的过程采用：真值表法、主范式方法和推理法。

常见的推理规则有：

（1）前提引入规则：在证明的任何步骤上，都可以引入前提，简称 P 规则。

（2）结论引入规则：在证明的任何步骤上，所证明的结论都可以作为候选证明的前提，简称 T 规则。

（3）转换规则：在证明的任何步骤上，命题公式中的任何子命题公式都可以用与之等值的命题公式置换。